$$\Rightarrow 1+1+2\vec{v}\cdot\vec{w}=4+1-3 \quad \left(\because \vec{a}\cdot\vec{u}=\frac{3}{2}\right)$$

$$\therefore\ \vec{v}\cdot\vec{w}=0$$

Also, $\left(\vec{w}+\vec{u}\right)^2=\left(\vec{a}-\vec{v}\right)^2$

$$\therefore\ w^2+u^2+2\vec{w}\cdot\vec{u}=a^2+v^2-2\vec{a}\cdot\vec{v}$$

$$\Rightarrow 1+1+2\vec{w}\cdot\vec{u}=4+1-\frac{7}{2} \quad \left(\because \vec{a}\cdot\vec{v}=\frac{7}{4}\right)$$

$$\Rightarrow 2\vec{w}\cdot\vec{u}=3-\frac{7}{2}=-\frac{1}{2} \quad \therefore \quad \vec{w}\cdot\vec{u}=-\frac{1}{4}$$

COMPREHENSION TYPE QUESTIONS

Paragraph for Question C01/3/090 to C01/3/091

Two plane mirrors facing each other are inclined to each other at an angle θ. A horizontal light beam from source S parallel to the mirror WV strikes the mirror UV at A_1, reflects to strike the mirror WV at A_2 (If possible), reflects to strike the mirror UV at A_3 (If possible), ... and so on.

दो समतल दर्पण, जिनके दर्पण भाग आमने सामने है, एक दूसरे से θ कोण पर है। स्त्रोत S से प्राप्त एक क्षैतिज रेखा किरण, दर्पण WV के समान्तर, दर्पण UV को A_1 पर टकरा कर दर्पण WV को A_2 पर परावर्तित होती है। (यदि संभव हो) दर्पण UV को A_3 पर टकराकर परावर्तित होती है। (यदि संभव हो), ... इसी प्रकार :

C01/3/090. If the ray after reflection from A_3 goes back and re-trace its path, then :

(A) Length of $A_1 A_2$ is $\sqrt{2}$ times as that of $A_2 A_3$.
(B) Length of $A_1 A_2$ is twice as that of $A_2 A_3$.
(C) θ = 45°
(D) θ = 60°

यदि A_3 से परावर्तन के बाद किरण, दुबारा उसी पथ से जाती है, तब :

(A) $A_1 A_2$ की लम्बाई $A_2 A_3$ की लम्बाई की $\sqrt{2}$ गुना होगी।
(B) $A_1 A_2$ की लम्बाई $A_2 A_3$ की लम्बाई की दुगुनी है।
(C) θ = 45°
(D) θ = 60°

Ans. B

Sol.

C01/3/091. For what values of θ, the ray will not re-trace its path after any number of times reflection happens :

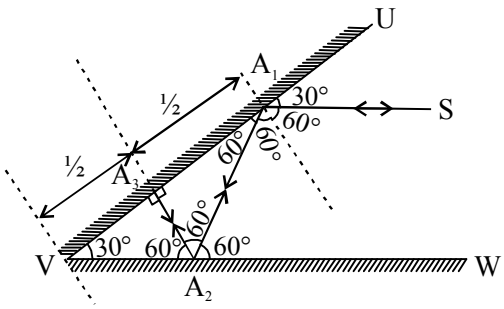
θ के मानों की संख्या ज्ञात कि किरण के साथ कितनी भी बार परिवर्तन होने पर इसके पथ को किरण, दुबारा उसी पथ को नहीं

लेती है :

(A) 15° (B) 30° (C) 25° (D) 45°

Ans. C

Sol.



$A_1S = A_1V = 1$

on calculating the angles, we will find that A_3A_2 is perpendicular to UV for $\theta = 30°$

$\Delta A_1 A_2 V$ will be isosceles Δ

$\Rightarrow A_2 A_3$ is bisector of side A_1 V.

$\Rightarrow VA_3 = A_1 A_2 = \frac{1}{2}$

In $\Delta A_2 A_3 V$

$\tan 30° = \frac{A_2A_3}{A_3V} \Rightarrow A_2A_3 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$

In $\Delta A_1 A_2 A_3$

$\sin 30^\circ = \frac{A_2A_3}{A_1A_2}$

$\Rightarrow A_1A_2 = \frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$\therefore A_1A_2$ is twice of A_3A_2

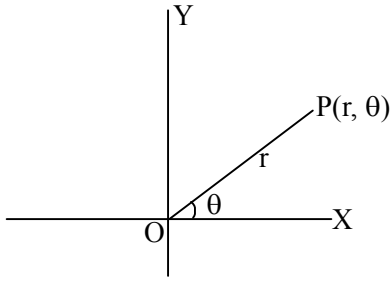
The reflected ray will re-trace its path after some reflection if $\theta = \frac{90^\circ}{n} (n \in N)$

(where n is number of times reflection done in single ways)

Paragraph for Question C01/3/092 to C01/3/093

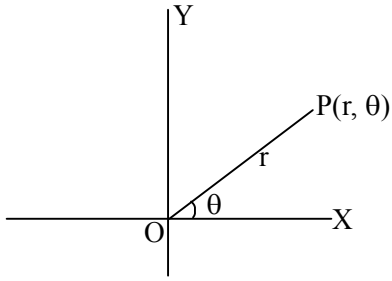
Let OP = r and $\angle XOP = \theta$ then the position of P in polar coordinate system is represented by (r, θ). OX and O are called the initial line and pole respectively.

If p be the length of perpendicular from origin to line and if α is the angle which the perpendicular to the line makes with the initial line. The equation of line is given by $r \cos(\theta - \alpha) = p$.



माना OP = r तथा $\angle XOP = \theta$ हैं तब बिन्दु P की स्थिति ध्रुवीय निर्देशांक में (r, θ) से प्रदर्शित की जाती है। OX तथा O क्रमशः आरम्भिक रेखा तथा ध्रुव कहलाते हैं।

माना p मूल बिन्दु से रेखा पर डाले गए लम्ब की लम्बाई है तथा लम्ब रेखा, प्रारम्भिक रेखा से α कोण बनाती है। रेखा का समीकरण $r\cos(\theta - \alpha) = p$ द्वारा दिया जाता है।



C01/3/092. The polar coordinates of the foot of perpendicular from the pole on the line joining the two points (r_1, θ_1) and (r_2, θ_2) are :

(A) $\left[\dfrac{r_1 r_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}}, \tan^{-1}\left(\dfrac{r_1\cos\theta_1 - r_2\cos\theta_2}{r_2\sin\theta_2 - r_1\sin\theta_1}\right)\right]$

(B) $\left[\dfrac{r_1 r_2 \sin(\theta_2 + \theta_1)}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}}, \tan^{-1}\left(\dfrac{r_1\cos\theta_1 - r_2\cos\theta_2}{r_2\sin\theta_2 - r_1\sin\theta_1}\right)\right]$

(C) $\left[\dfrac{-r_1 r_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}}, \tan^{-1}\left(\dfrac{r_1\cos\theta_1 - r_2\cos\theta_2}{r_2\sin\theta_2 - r_1\sin\theta_1}\right)\right]$

(D) None of these

बिन्दुओं (r_1, θ_1) तथा (r_2, θ_2) को जोड़ने वाली रेखा पर ध्रुव से डाले गए लम्ब पाद के ध्रुवीय निर्देशांक होंगे :

(A) $\left[\dfrac{r_1 r_2 \sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}}, \tan^{-1}\left(\dfrac{r_1\cos\theta_1 - r_2\cos\theta_2}{r_2\sin\theta_2 - r_1\sin\theta_1}\right)\right]$

(B) $\left[\frac{r_1r_2\sin(\theta_2+\theta_1)}{\sqrt{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)}}, \tan^{-1}\left(\frac{r_1\cos\theta_1-r_2\cos\theta_2}{r_2\sin\theta_2-r_1\sin\theta_1}\right)\right]$

(C) $\left[\frac{-r_1r_2\sin(\theta_2-\theta_1)}{\sqrt{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\theta_1-\theta_2)}}, \tan^{-1}\left(\frac{r_1\cos\theta_1-r_2\cos\theta_2}{r_2\sin\theta_2-r_1\sin\theta_1}\right)\right]$

(D) इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol. Let the straight line be $r\cos(\theta-\alpha) = p$

It passes through two points

$\Rightarrow r_1\cos\theta_1\cos\alpha + r_1\sin\theta_1\sin\alpha - p = 0$ .....(i)

$r_2\cos\theta_2\cos\alpha + r_2\sin\theta_2\sin\alpha - p = 0$

$$\Rightarrow \frac{\cos\alpha}{r_2\sin\theta_2-r_1\sin\theta_1} = \frac{\sin\alpha}{r_1\cos\theta_1-r_2\sin\theta_2} = \frac{p}{r_1r_2\sin(\theta_2-\theta_1)}$$

$$\Rightarrow p = \frac{r_1r_2\sin(\theta_2-\theta_1)}{\sqrt{r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\theta_2-\theta_1)}} \text{ and } \tan\alpha = \frac{r_1\cos\theta_1-r_2\cos\theta_2}{r_2\sin\theta_2-r_1\sin\theta_1}$$

C01/3/093. The polar equation of a line perpendicular to the line $\frac{A}{r} = B\cos\theta + C\sin\theta$ is :

रेखा $\frac{A}{r} = B\cos\theta + C\sin\theta$ के लम्बवत् रेखा का ध्रुवीय समीकरण होगा :

(A) $\frac{k}{r} = B\cos\theta + C\sin\theta$

(B) $\frac{k}{r} = B\sin\theta - C\cos\theta$

(C) $\frac{k}{r} = C\cos\theta + B\sin\theta$

(D) $\frac{k}{r} = B\cos\theta - C\sin\theta$

Ans. B

Sol. The given equation can be written as $A = Bx + Cy$

The equation perpendicular to line (1)

$Cx - By + k = 0$ or $\frac{k}{r} = B\sin\theta - C\cos\theta$

Paragraph for Question C02/3/094 to C02/3/095

Let माना A, B, C be 3 sets such that तीन समुच्चय इस प्रकार है कि $A = \left\{(x, y) : \frac{x}{\cos\theta} = \frac{y}{\sin\theta} = 2, \theta \in R\right\}$,

$B = \left\{(x, y) : \frac{x+1}{\cos 2205^o} = \frac{y}{\sin 2205^o} = r, r \in R\right\}$, $C = \left\{(x, y) : \left(x - \sqrt{3}\right)^2 + (y-1)^2 \le a^2, a \in R\right\}$

Let C_1, C_2 be the curves represented by A and B respectively while R be the region represented by C.

माना C_1, C_2 क्रमशः A और B से व्यक्त दो वक्र है जबकि R वक्र C से निरूपित क्षेत्र है।

C02/3/094. If points $P(x_1, y_1)$ and $Q(x_2, y_2)$ be such that $P, Q \in A \cap B$, then point of intersection of tangents drawn to C_1 at P and Q is :

माना बिन्दु $P(x_1, y_1)$ और $Q(x_2, y_2)$ इस प्रकार है कि $P, Q \in A \cap B$ तब वक्र C_1 के बिन्दु P और Q पर खींची गई स्पर्श रेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु है :

(A) (2, 3) (B) (–4, 4) (C) (3, –3) (D) (–5, 5)

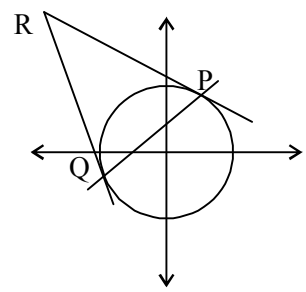
Ans. B

Sol. $C_1 : x^2 + y^2 = 4$

$C_2 : y = (x + 1)$

While region R is a disc centred at $\left(\sqrt{3}, 1\right)$ and radius a

जबकि क्षेत्र R का केन्द्र $\left(\sqrt{3}, 1\right)$ तथा त्रिज्या a



Let माना $P(x_1, y_1)$

Clearly, स्पष्टतया AB : $y - x = 1$ _____(i)

is chord of contact स्पर्श जीवा है

$\therefore$ AB : $xx_1 + yy_1 = 4$ _____(ii)

(1) and और (2) are identical सर्वसम है।

$\Rightarrow \frac{x_1}{-1} = \frac{y_1}{1} = 4 \Rightarrow (x_1, y_1) = (-4, 4)$

C02/3/095. If minimum value of a for which $A \cap C = A$ is α, then length of curve C_2 lying in R corresponding to $a = \alpha$ is:

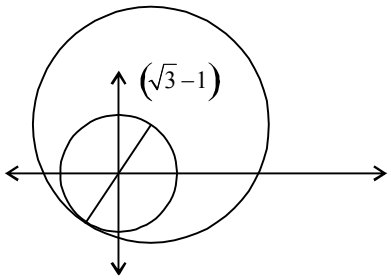
यदि a का न्यूनतम मान α है जबकि $A \cap C = A$, तब $a = \alpha$ के संगत R में स्थित वक्र C_2 की लम्बाई है।

(A) $\sqrt{50}$ (B) $\sqrt{52}$ (C) $\sqrt{58}$ (D) $\sqrt{57}$

Ans. C

Sol. Smallest possible value of a for which $A \cap C = A$ is $a = 4$

a का न्यूनतम संभावित मान जिसके लिए $A \cap C = A$ है, तब $a = 4$

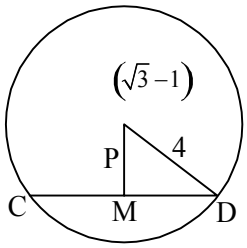


$\therefore R : \left(x-\sqrt{3}\right)^2 + \left(y-1\right)^2 \le 4^2$

CD : y = x + 1

$P = \dfrac{\left|\sqrt{3}+1-1\right|}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$

$\pi : \vec{r}.\vec{n} = d$



$MD = \sqrt{16-\dfrac{3}{2}} = \sqrt{\dfrac{29}{2}}$

$\therefore$ CD = $\sqrt{58}$

Paragraph for Question C02/3/096 to C02/3/097

Let reflection of incentre I about exterior angle bisectors of angle A,B,C of ΔABC are D,E and F respectively. ID, IE, IF meets circumcircle of ΔDEF at P, Q, R respectively (P ≠ D, Q ≠ E, R ≠ F).

त्रिभुज ABC के कोण A,B,C के बाह्य कोण अर्द्धकों के सापेक्ष अन्तरेखा I का परावर्तन क्रमशः D,E और F है। ID, IE, IF त्रिभुज DEF के परिगत वृत्त को क्रमशः P, Q, R पर मिलती है (P ≠ D, Q ≠ E, R ≠ F).

C02/3/096. If A ≡ (3, 0), B ≡ (0,4), C ≡ (3,4), then the coordinate of P will be :

यदि A ≡ (3, 0), B ≡ (0,4), C ≡ (3,4), तब P का निर्देशांक होगा :

(A) (1, 6) (B) (6, 1)

(C) (7/2, 7/2) (D) None of these इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol.

C02/3/097. Which of the following statement is true (where r is circumradius of ΔPQR) :

(A) Circumradius of ΔIPQ is r (B) Circumradius of ΔIPQ is 2r

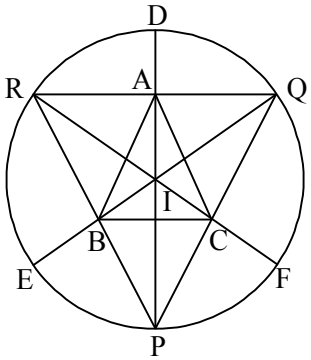
(C) IQ ≠ QD (D) IQ = 2QD

निम्न में से कौनसा कथन सत्य है -(जहाँ r त्रिभुज PQR की परिवृत्त की त्रिज्या है) :

(A) ΔIPQ की परित्रिज्या r है।
(B) ΔIPQ की परित्रिज्या 2r है।
(C) $IQ \neq QD$
(D) $IQ = 2QD$

Ans. A

Sol.



For ΔPQR, I is orthocentre and ΔABC is pedal triangle of $\Delta PQR \Rightarrow$ P,Q,R are excentres for ΔABC Circumradius of ΔIPQ, ΔIQR, ΔIPR and ΔPQR is same.

Reflection of orthocentre about sides lies on circumcircle . So D,E, F, P, Q,R lies on same circle.

Circumradius of pedal triangle is half of circumradius of triangle. So circumradius of ΔABC is half of circumradius of ΔPQR.

ΔPQR के लिए I लम्बकेन्द्र तथा ΔABC, ΔPQR का पदिक त्रिभुज है $\Rightarrow$ P,Q,R त्रिभुज ABC के लिए बहिकेन्द्र है। ΔIPQ, ΔIQR, ΔIPR और ΔPQR की परित्रिज्या समान है।

परिगत वृत्त पर भुजाओं के सापेक्ष, लम्बकेन्द्र का परावर्तन स्थित है। इसलिए D,E, F, P, Q,R समान वृत्त पर स्थित है। पदिक त्रिभुज की त्रिज्या, त्रिभुज की परित्रिज्या का आधा है। इसलिए ΔABC की परित्रिज्या, ΔPQR की परित्रिज्या का आधा है।

Paragraph for Question C02/3/098 to C02/3/100

For each positive real number k, let C_k denotes the circle with centre at origin and radius k units. On a circle C_k , particle α moves k units in the counter-clock wise direction. After completing its motion on C_k , the particle moves on to the circle $C_{k+\gamma}$, in some well-defined manner, where $\gamma > 0$. The motion of the particle continues in this manner.

प्रत्येक धनात्मक वास्तविक संख्या k के लिए, C_k एक वृत्त को प्रदर्शित करता है जिसका केन्द्र मूलबिन्दु है तथा त्रिज्या k इकाई है। वृत्त C_k के ऊपर, एक कण α दक्षिणावर्त दिशा में k इकाई चलता है। वृत्त C_k पर यह गति पूर्ण करने के पश्चात् कण वृत्त $C_{k+\gamma}$ पर इसी तरीके से चलता है, जहाँ $\gamma > 0$ है। कण की गति इसी तरीके से लगातार चलती रहती है।

C02/3/098. Let $k \in I^+$ and $\gamma = 1$, particle moves in the radial direction from circle C_k to C_{k+1} . If particle starts from the point P(–1, 0) then :

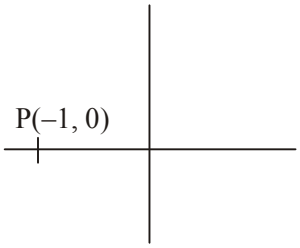
(A) It will cross the x-axis again at (3, 0)
(B) It will cross the x-axis again at (4, 0)
(C) It will cross the +ve y-axis at (0, 4)
(D) It will cross the +ve y-axis at (0, 6)

माना $k \in I^+$ तथा $\gamma = 1$, कण वृत्त C_k से C_{k+1} में त्रिज्यदिशा में गति करता है। यदि कण का प्रारम्भि बिन्दु P(–1, 0) है तब :

(A) यह x-अक्ष पर दुबारा (3, 0) से गुजरेगा
(B) यह x-अक्ष पर दुबारा (4, 0) से गुजरेगा
(C) यह धनात्मक y-अक्ष पर (0, 4) से गुजरेगा
(D) यह धनात्मक y-अक्ष पर (0, 6) से गुजरेगा

Ans. B

Sol. Particle moves 1 radian on each circle starts from P(–1, 0).
To cross x-axis again should cover π radians, hence will be on 4th circle



$\Rightarrow$ point (4, 0) and to cross positive y-axis $\frac{3\pi}{2}$ radian i.e. 5th circle

$\Rightarrow$ point (0, 5).

C02/3/099. Let , $k \in I^+$, $\gamma \in R$, particle moves tangentially from the circle C_k to + $C_{k+\gamma}$, such that length of tangent is equal to k units itself. If particle starts from the point Q(1, 0), then :

(A) The particle will cross +ve x-axis again for $2\sqrt{2} < x < 4$

(B) The particle will cross +ve x-axis again at $x = 2\sqrt{2}$

(C) The particle will cross x-axis again at x = 4

(D) The particle will cross x-axis again at x = 3

माना $k \in I^+$, $\gamma \in R$, कण वृत्त C_k से $C_{k+\gamma}$ पर स्पर्शीय दिशा में गति इस प्रकार करता है कि स्पर्शरेखा की लम्बाई k इकाई है। यदि कण बिन्दु Q(1, 0) से गति आरम्भ करता है, तब :

(A) कण धनात्मक x-अक्ष से दुबारा गुजरेगा यदि $2\sqrt{2} < x < 4$

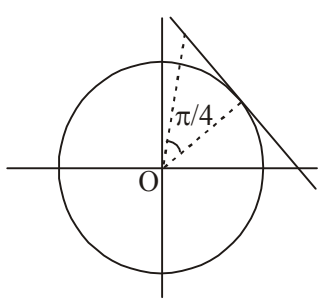
(B) कण धनात्मक x-अक्ष से दुबारा गुजरेगा यदि $x = 2\sqrt{2}$

(C) कण x-अक्ष से दुबारा गुजरेगा यदि x = 4

(D) कण x-अक्ष से दुबारा गुजरेगा यदि x = 3

Ans. A

Sol. Angular distance travelled from starting of motion on one circle to reach to other is $\left(1+\frac{\pi}{4}\right)$.



$\Rightarrow$ On 4th circle particle will cross the positive x-axis again $\Rightarrow x \in \left(2\sqrt{2}, 4\right)$.

C02/3/100. Let the particle starts from the point A(2, 0) and moves $\pi/2$ units, on circle C_2 in the counter-closewise direction, then moves on circle C_3 along the tangential path, let this straight line (tangential path traced by particle) intersect the circle C_3 at points A and B the tangents drawn at A and B intersect at :

कण बिन्दु A(2, 0) से गति आरम्भ करता है तथा वृत्त C_2 पर दक्षिणावर्त दिशा में $\pi/2$ इकाई चलता है, तब कण वृत्त C_3 पर स्पर्शीय पथ के अनुदिश गति करता है, माना यह सरल रेखा (कण के द्वारा स्पर्शीय पथ का वक्र) वृत्त C_3 को बिन्दुओं A तथा B पर प्रतिच्छेद करती हैं तब A तथा B पर खींची गई स्पर्शरेखाओं का प्रतिच्छेद बिन्दु होगा :

(A) $\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ (B) (9, 9) (C) $\left(\frac{9}{2\sqrt{2}},\frac{9}{2\sqrt{2}}\right)$ (D) $\left(9\sqrt{2},9\sqrt{2}\right)$

Ans. C

Sol. Angular distance travelled is $\frac{\pi}{4}$

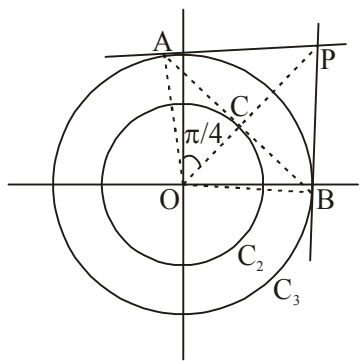
$\Rightarrow$ co-ordinates of point $C=\left(\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$

$\Rightarrow$ equation of tangent AB

$x+y=\sqrt{2}$

Intersect the circle $x^2 + y^2 = 9$ at A and B

$\Rightarrow P=\left(\frac{9}{2\sqrt{2}},\frac{9}{2\sqrt{2}}\right)$



Paragraph for Question V01/3/101 to V01/3/103

Let a plane whose equation is $x + y + z = 50$ cuts the co-ordinate axes at points A,B & C. A tetrahedron OABC is formed where 'O' is origin.

On the basis of above information, answer the following questions :

माना समतल जिसका समीकरण $x + y + z = 50$ है निर्देशी अक्षों को बिन्दु A,B तथा C पर काटता है। चतुष्फलक OABC बनाया जाता है जहाँ 'O' मूलबिन्दू है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्न प्रश्नों के उतर दीजिए।

V01/3/101. If $p\hat{i}+q\hat{j}+r\hat{k}$ represents the position vector of point of concurrency of line joining the mid-point of opposite edges of tetrahedron, then $4(p + q + r)$ is :

यदि $p\hat{i}+q\hat{j}+r\hat{k}$ चतुष्फलक की सम्मुख कोरों के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाओं के संगामी बिन्दु का स्थिति सदिश हो, तो $4(p + q + r)$ का मान होगा।

(A) 50 (B) 100 (C) 150 (D) 200

Ans. C

Sol. Required point is centre of tetrahedron.

$$\Rightarrow \frac{\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}}{4}=\frac{1}{4}\left(50\hat{i}+50\hat{j}+50\hat{k}\right)=\frac{1}{4}\left(p\hat{i}+q\hat{j}+r\hat{k}\right)$$

$4(p + q + r) = 150$

V01/3/102. Number of points with integral co-ordinates lying inside tetrahedron is (point P (a,b,c) is said to have integral co-ordinates if $a,b,c \in I$) :

चतुष्फलक के अन्दर स्थित पूर्णांक निर्देशांको वाले बिन्दुओं की संख्या होगी (बिन्दु P (a,b,c) पूर्णांक निर्देशांक वाला बिन्दु कहलायेगा यदि $a,b,c \in I$)

(A) 19,600 (B) 18,424 (C) 20,000 (D) 1960

Ans. B

Sol. Number of points with integral co-ordinates are number of integral solutions of following system of inequalities

$x + y + z < 50;\ x \geq 1,\ y \geq 1,\ z \geq 1$

$x + y + z \leq 49$

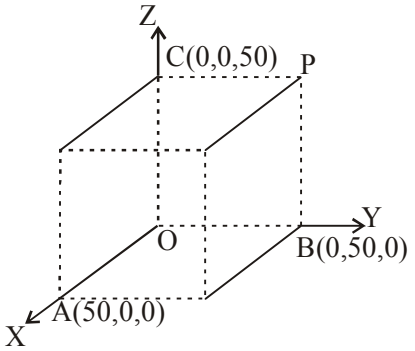
$\Rightarrow x + y + z \leq 46$

$\Rightarrow x + y + z + w = 46$

$\Rightarrow$ Number of integral solution = ${}^{49}C_3 = 18424$

V01/3/103. A cube is constructed having OA,OB and OC as coterminous edges If an insect travels from point A to point P, then shortest distance that it has to travel (journey is to be made along the faces of cube) :

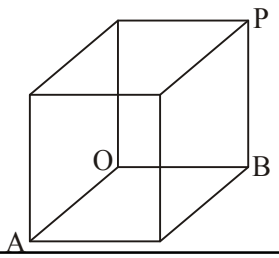
OA,OB तथा OC को आसन्न कोरें मानकर एक घन बनाया जाता है। यदि एक कीट बिन्दु A से बिन्दु P तक चलता हो, तो उसके द्वारा चली गई न्यूनतम दूरी होगी (जबकि वह केवल घन के फलक के अनुदिश चल सकता हो)

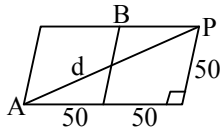


(A) $\sqrt{5000}$ (B) $\sqrt{10000}$ (C) $\sqrt{11000}$ (D) $\sqrt{12500}$

Ans. D

Sol.



Shortest distance (d) = 

$d = \sqrt{50^2 + 100^2}$

$d = \sqrt{12500}$

Paragraph for Question V01/3/104 to V01/3/106

Let P denotes the plane consisting of all points that are equidistant from the points A(– 4, 2, 1) and B(2, – 4, 3) and Q be the plane, $x - y + cz = 1$ where $c \in R$.

माना P एक तल को निरूपित करता है जो उन सभी बिन्दुओं को समाहित करता है जो A(– 4, 2, 1) तथा B(2, – 4, 3) से समान दूरी पर स्थित है, $x - y + cz = 1$ जहां $c \in R$.

V01/3/104. The plane P is parallel to plane Q :

(A) for no value of c (B) if c = 3 (C) if c = 1/3 (D) if c = 1

तल P तल Q के समान्तर होगा यदि :

(A) c के कोई मान नहीं (B) यदि c = 3 (C) यदि c = 1/3 (D) यदि c = 1

Ans. C

Sol. $(x + 4)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2$

$= (x - 2)^2 + (y + x)^2 + (2 - 3)^2$

$= 21 + 8x - 4y - 2z$

$= 29 - 4x + 8y - 6z$

$= 12x - 12y + 42 = 8$

$x - y + \frac{1}{3}z = \frac{2}{3} \rightarrow P$

V01/3/105. If the angle between the planes P and Q is 45° then the product of all possible values of 'c' is :

यदि तल P तथा Q के मध्य कोण 45° है तो 'c' के सभी सम्भव मानों का गुणन होगा :

(A) –17 (B) –2 (C) 17 (D) $\frac{24}{17}$

Ans. B

Sol. $$\frac{1+1+\frac{c}{3}}{\sqrt{1+1+c^2}.\sqrt{1+1+\frac{1}{9}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\left(2+\frac{c}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(2+c^2\right)\left(\frac{19}{9}\right)$$

$$\frac{(6+c)^2}{9} = \frac{1}{2}\left(2+c^2\right).\left(\frac{19}{9}\right)$$

$2\,(6 + c)^2 = (2 + c^2)\,.\,19$

$2\,(36 + c^2 + 12c) = 38 + 19c^2$

$17c^2 - 24c - 34 = 0$

V01/3/106. If the line L with equation $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-7}{-1}$ intersects the plane P at the point $R(x_0, y_0, z_0)$ then the sum $(x_0 + y_0 + z_0)$ has the value equal to :

यदि रेखा L जिसका समीकरण $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-7}{-1}$ है, तल P को बिन्दु $R(x_0, y_0, z_0)$ पर प्रतिच्छेद करती है, तो $(x_0 + y_0 + z_0)$ का मान होगा।

(A) 12 (B) –15 (C) 13 (D) –11

Ans. A

Sol. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{2-7}{-1}$

$P : x - y + \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

$3x - 3y + z = 2$

$3\,(1 + \lambda) - 3\,(-2 + 3\lambda) + (7 - \lambda) = 2$

$\lambda = 2$

$6 + 3\lambda = 12$

Paragraph for Question V01/3/107 to V01/3/109

The vertices of ΔABC are A(2, 0, 0), B(0, 1, 0), C (0, 0, 2). Its orthocentre is H and circumcentre is S .
P is a point equidistant from A, B, C and the origin O.

ΔABC के शीर्ष A(2, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 2) है। इसका लम्बकेन्द्र H है और परिकेन्द्र S है। मूल बिन्दु तथा A, B, C से समान दूरी पर स्थित एक बिन्दु P है।

V01/3/107. The z-coordinate of H is :

H का z-निर्देशांक होगा :

(A) 1 (B) 1/2 (C) 1/6 (D) 1/3

Ans. D

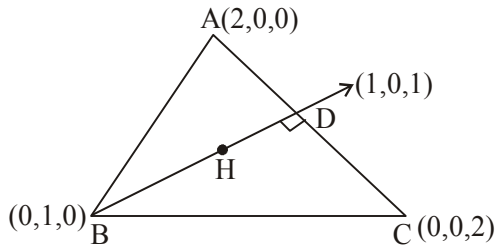
Sol. AB = BC

p.v. of H = $\hat{j}+r\left(i-j+\hat{k}\right)$

Also $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0$

$\Rightarrow \left[(r-2)\hat{i}+(1-r)\hat{j}+r\hat{k}\right]\cdot\left(-j+2\hat{k}\right)=0$

$\Rightarrow r-1+2r=0 \qquad \Rightarrow r=\frac{1}{3}$



V01/3/108. The y-coordinate of S is :

S का y-निर्देशांक होगा :

(A) 5/6 (B) 1/3 (C) 1/6 (D) 1/2

Ans. C

Sol. p.v. of H = $\frac{\hat{i}}{3}+\frac{2\hat{j}}{3}+\frac{\hat{k}}{3}$

p.v. of centroid = $\frac{2}{3}\hat{i}+\frac{\hat{j}}{3}+\frac{2\hat{k}}{3}$

p.v. of S = $\frac{3(\text{p.v.) of centroid} - \text{p.v. of } \vec{H}}{2}$

y coordinate of S = $\frac{1}{6}$

V01/3/109. PA = :

(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ (D) $\frac{3}{2}$

Ans. D

Sol. Let P ≡ (a, b, c)

$\Rightarrow$ PA = PB = PC = OP

$\Rightarrow (a-2)^2+b^2+c^2 = a^2+(b-1)^2+c^2$

$= a^2+b^2+(c-2)^2 = a^2+b^2+c^2$

$\Rightarrow P=\left(1,\frac{1}{2},1\right)$

$PA = \frac{3}{2}$

Paragraph for Question V01/3/110 to V01/3/112

Consider a plane $\pi : \vec{r}.\vec{n} = d$ (where $\vec{n}$ is not a unit vector). There are two points $A(\vec{a})$ and $B(\vec{b})$ lying on the same side of the plane.

एक समतल $\pi : \vec{r}.\vec{n} = d$ (जहाँ एक इकाई सदिश नहीं है) पर विचार कीजिए। समतल के एक ही और दो बिन्दु $A(\vec{a})$ और $B(\vec{b})$ स्थित हैं।

V01/3/110. If foot of perpendicular from A and B to the plane π are P and Q respectively, then length of PQ be :

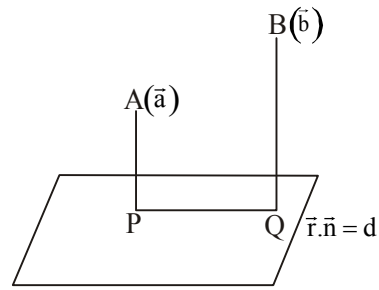
यदि A और B से समतल π पर लम्बपाद क्रमशः P और Q हों, तो PQ की लम्बाई होगी :

(A) $\dfrac{\left|(\vec{b}-\vec{a}).\vec{n}\right|}{|\vec{n}|}$ (B) $\left|(\vec{b}-\vec{a}).\vec{n}\right|$ (C) $\dfrac{\left|(\vec{b}-\vec{a})\times\vec{n}\right|}{|\vec{n}|}$ (D) $\left|(\vec{b}-\vec{a})\times\vec{n}\right|$

Ans. C

Sol. $PQ = (\vec{b}-\vec{a})\cos\theta$ (where θ angle between AB and plane)

$= \dfrac{\left|(\vec{b}-\vec{a})\times\vec{n}\right|}{|\vec{n}|}$



V01/3/111. Reflection of $A(\vec{a})$ in the plane π has the position vector :

समतल π में $A(\vec{a})$ का परावर्तन का स्थिति सदिश होगा :

(A) $\vec{a}+\dfrac{2}{\vec{n}^2}(d-\vec{a}.\vec{n})\vec{n}$ (B) $\vec{a}+\dfrac{2}{\vec{n}^2}(d-\vec{a}.\vec{n})\vec{n}$

(C) $\vec{a}+\dfrac{2}{\vec{n}^2}(d+\vec{a}.\vec{n})\vec{n}$ (D) $\vec{a}+\dfrac{2}{\vec{n}^2}\vec{n}$

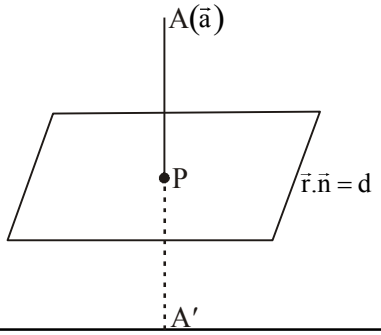
Ans. A

Sol. Equation of line AP is $\vec{r} = \vec{a}+\lambda\vec{n}$

For point $P(\vec{a}+\lambda\vec{n}).\vec{n} = d$

स $= \dfrac{d-\vec{a}.\vec{n}}{|\vec{n}|^2}$

? $P\left(\vec{a}+\dfrac{d-\vec{a}\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|^2}\cdot\vec{n}\right)$



? Aः is $\vec{a}+2\left(\frac{d-\vec{a}\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|^2}\vec{n}\right)$

V01/3/112. If a plane π_1 is drawn from the point $A(\vec{a})$ and another plane π_2 is drawn from point $B(\vec{b})$ parallel to π then the distance between the planes π_1 and π_2 is :

यदि एक समतल π_1 बिन्दु $A(\vec{a})$ से खींचा जाता है और दूसरा समतल π_2 बिन्दु $B(\vec{b})$ से π के समानान्तर खींचा जाता है तो समतलों π_1 तथा π_2 के बीच की दूरी है :

(A) $\frac{|(\vec{a}-\vec{b}).\vec{n}|}{|\vec{n}|}$ (B) $|(\vec{a}-\vec{b}).\vec{n}|$ (C) $|(\vec{a}-\vec{b})\times\vec{n}|$ (D) $\frac{|(\vec{a}-\vec{b})\times\vec{n}|}{|\vec{n}|}$

Ans. A

Sol. Distance = |BQ – AP| = $\left|\frac{\vec{b}\cdot\vec{n}-d}{|\vec{n}|}-\frac{\vec{a}\cdot\vec{n}-d}{|\vec{n}|}\right|$

$=\left|\frac{(\vec{b}-\vec{a})\cdot\vec{n}}{|\vec{n}|}\right|$

Paragraph for Question V01/3/113 to V01/3/115

Consider a plane $\Pi:\vec{r}\cdot(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k})=5$, a line $L_1:\vec{r}=(3\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k})+\lambda(2\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k})$ and a point A(3, –4, 1). L_2 is a line passing through A intersecting L_1 and parallel to plane Π.

एक समतल $\Pi:\vec{r}\cdot(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k})=5$ पर विचार करें, एक रेखा $L_1:\vec{r}=(3\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k})+\lambda(2\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k})$ तथा एक बिन्दु A(3, –4, 1) है। A से गुजरने वाली एक रेखा L_2 है जो L_1 को काटती है और समतल Π के समांतर है।

V01/3/113. Equation of L_2 is :

(A) $\vec{r}=(1+\lambda)\hat{i}+(2-3\lambda)\hat{j}+(1-\lambda)\hat{k}\,;\lambda\in R$ (B) $\vec{r}=(3+\lambda)\hat{i}-(4-2\lambda)\hat{j}+(1+3\lambda)\hat{k}\,;\lambda\in R$

(C) $\vec{r}=(3+\lambda)\hat{i}-(4+3\lambda)\hat{j}+(1-\lambda)\hat{k}\,;\lambda\in R$ (D) None of these

L_2 का समीकरण है :

(A) $\vec{r}=(1+\lambda)\hat{i}+(2-3\lambda)\hat{j}+(1-\lambda)\hat{k}\,;\lambda\in R$ (B) $\vec{r}=(3+\lambda)\hat{i}-(4-2\lambda)\hat{j}+(1+3\lambda)\hat{k}\,;\lambda\in R$

(C) $\vec{r}=(3+\lambda)\hat{i}-(4+3\lambda)\hat{j}+(1-\lambda)\hat{k}\,;\lambda\in R$ (D) इनमें स कोई नहीं

Ans. C

Sol. B (3 + 2स, –1 – 3स, 2 – स)

d_r of $L_2 < 2स, -3स + 3, 1 - स >$

L_2 is parallel to plane $\vec{r}\cdot\left(2\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}\right)=5$

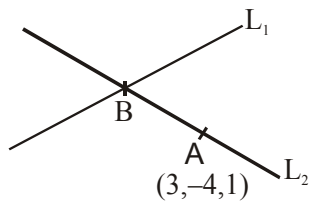
? 4स – 3स + 3 – 1 + स = 0

2स = –2

स = –1 ? B(1, 2, 3)

so equation of L_2 is

$\vec{r}=\left(3\hat{i}-4\hat{j}+\hat{k}\right)+\lambda\left(\hat{i}-3\hat{j}-\hat{k}\right)$



V01/3/114. Plane containing L_1 and L_2 is :

(A) parallel to yz plane (B) parallel to x-axis

(C) parallel to y-axis (D) passing through origin

समतल, जिसमें L_1 तथा L_2 विद्यमान हैं, होगा :

(A) yz समतल के समांतर (B) x-अक्ष के समांतर

(C) y-अक्ष के समांतर (D) मूल बिन्दु से गुजरता है

Ans. B

Sol. Equation of plane contain L_1 & L_2 is

$$\begin{vmatrix} x-3 & y+1 & z-2 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 6 & 2 \end{vmatrix}=0$$

i.e. (x – 3) (6 – 6) + (y + 1) (0 + 1) + (z – 2) (0 + 3) = 0

y + 3z – 5 = 0

V01/3/115. Line L_1 intersects plane Π at Q and xy plane at R the volume of tetraheadron OAQR is (where 'O' is origin):

रेखा L_1 समतल Π को Q पर तथा xy समतल को R पर प्रतिच्छेद करती है। चतुष्फलक OAQR का आयतन है (जहाँ 'O' मूलबिन्दु है):

(A) 0 (B) $\frac{14}{3}$ (C) $\frac{3}{7}$ (D) $\frac{7}{3}$

Ans. D

Sol. Any point of L_1 is (3 + 2स, –1 – 3स, 2 – स)

if on plane च, then

2(3 + 2स) + 1 (–1 –3स) – 1 (2 – स) = 5

2स = 2

स = 1

? Q (5, –4, 1)

if on xy plane, then 2 – स = 0

स = 2

? R (7, –7, 0)

Volume of tetrahedran = $\frac{1}{6}\left[\overrightarrow{OA} \quad \overrightarrow{OQ} \quad \overrightarrow{OR}\right] = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 5 & -4 & 1 \\ 7 & -7 & 0 \end{vmatrix} = \frac{7}{3}$

Paragraph for Question V01/3/116 to V01/3/117

Let $\overrightarrow{OP_1}, \overrightarrow{OP_2}, \overrightarrow{OP_3}, ...\overrightarrow{OP_n}$ be unit vectors in a plane. $P_1, P_2, P_3, ... P_n$ all lie on the same side of a line through O. $\left|\overrightarrow{OM}\right|$ denotes length of vector through O.

माना $\overrightarrow{OP_1}, \overrightarrow{OP_2}, \overrightarrow{OP_3}, ...\overrightarrow{OP_n}$ एक समतल में इकाई सदिश हैं $P_1, P_2, P_3, ... P_n$, O से गुजरने वाली रेखा के एक तरफ विद्यमान है। O से गुजरने वाले सदिश की लम्बाई को $\left|\overrightarrow{OM}\right|$ से निरूपित किया जाता हैं।

V01/3/116. $\overrightarrow{OP_v}.\left(\overrightarrow{OP_3} + \overrightarrow{OP_4} + \overrightarrow{OP_5} + ... + \overrightarrow{OP_{k-1}}\right)$ (where $\vec{P}_v = \vec{P}_2 + \overrightarrow{P_k}$) is

$\overrightarrow{OP_v}.\left(\overrightarrow{OP_3} + \overrightarrow{OP_4} + \overrightarrow{OP_5} + ... + \overrightarrow{OP_{k-1}}\right)$ (जहॉ $\vec{P}_v = \vec{P}_2 + \overrightarrow{P_k}$) का मान होगा :

(A) > 0 (B) < 0

(C) = 0 (D) None of these/ इनमें से कोई नहीं

Ans. A

Sol.

V01/3/117. If n is odd then, $\left|\overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2} + ... + \overrightarrow{OP_n}\right|$ is

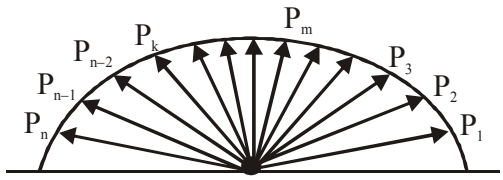
यदि n विषम हैं तो $\left|\overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2} + ... + \overrightarrow{OP_n}\right|$ का मान होगा :

(A) < 1 (B) < 0

(C) ङ 1 (D) None of these/ इनमें से कोई नहीं

Ans. C

Sol. Here, $\overline{P}_v = \overline{P}_2 + \overline{P}_K$ so $\overline{P}_v$ will make acute angle with all the vectors from $\overline{P}_2, \overline{P}_3, ...\overline{P}_k$



So, $\overrightarrow{OP_v}.\left(\overrightarrow{OP_2}+\overrightarrow{OP_3}+.....+\overrightarrow{OP_{k-1}}\right)>0$

Again, if n is odd $\Rightarrow$ n = 2k – 1

$\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_{2k-1}}=\overrightarrow{OP_k}$

Now $\overrightarrow{OP_k}$ will make acute angle with all the vectors from $\overrightarrow{OP_1},\overrightarrow{OP_2},.....\overrightarrow{OP_{2k-1}}$

$\overrightarrow{OP_k}.\left(\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+.....+\overrightarrow{OP_k}+\overrightarrow{OP_{k+1}}+\overrightarrow{OP_{2k-1}}\right)\geq\overrightarrow{OP_k}.\overrightarrow{OP_k}=1$

Now, $\overrightarrow{OP_k}.\left(\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+.....+\overrightarrow{OP_{2k-1}}\right)\leq\left|\overrightarrow{OP_k}\right|\left|\overrightarrow{OP_1}+.....+\overrightarrow{OP_{2k-1}}\right|=\left|\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+....+\overrightarrow{OP_n}\right|$

Again, $\vec{V}$ makes acute angle with all the vectors $\overrightarrow{OP_1},\overrightarrow{OP_2},.....\overrightarrow{OP_7}$

So, $\left|\vec{V}+\vec{S}\right|=\left|\overrightarrow{OP_1}+\overrightarrow{OP_2}+.....+\overrightarrow{OP_7}\right|\geq 1$ $\Rightarrow |\vec{V}|+|\vec{S}|\geq 1$

Paragraph for Question V01/3/118 to V01/3/119

Consider a tetraheadron D – ABC with position vectors of its angular points as A (1, 1, 1) ; B(1, 2, 3) ; C(1, 1, 2) and centre of tetraheadron $\left(\frac{3}{2},\frac{3}{4},2\right)$.

एक चतुष्फलक D – ABC पर विचार करें जिसके कोणीय बिन्दु के स्थिति सदिश A (1, 1, 1) ; B(1, 2, 3) ; C(1, 1, 2) हैं तथा चतुष्फलक का केन्द्र $\left(\frac{3}{2},\frac{3}{4},2\right)$ है।

V01/3/118. Shortest distance between the skew lines AB and CD :

दो विषम तलीय रेखाओं AB तथा CD के बीच सबसे छोटी दूरी होगी :

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{5}$

Ans. B

Sol.

V01/3/119. If N be the foot of the perpendicular from point D on the plane face ABC then the position vector of N are:

N समतल फलक ABC पर बिन्दु D से डाले गए लम्ब का पाद है। तो N का स्थिति सदिश होगा :

(A) (–1, 1, 2) (B) (1, –1, 2) (C) (1, 1, –2) (D) (–1, –1, 2)

Ans. B

Sol. D(3, –1, 2) AB lies along (0, 1, 2)

CD lies along (3, –2, 0)

Equation of plane containing AB line

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 2(x-1) + 2(y-1) - (z-1) = 0$$

Containing CD line $2(x-1) + 2(y-1) - (z-2) = 0$

Sol. $r = (3, -1, 2) + d(1, 0, 0)$

Equation of ABC plane is $x = 1$

Paragraph for Question V01/3/120 to V01/3/121

Let three lines $L_1 : x = y = z$, $L_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$ and L_3 (L_3 is passing through the origin) form a triangle ABC and length of median to the side represented by the line L_3 is $\sqrt{5}$ (co-ordinates of vertices of the triangle are integers). Also P is the plane containing the points A, B and C.

यदि तीन रेखायें $L_1 : x = y = z$, $L_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{5}$ तथा L_3 (L_3 मूल बिन्दु से गुजर रही है) एक त्रिभुज ABC बनाती है तथा L_3 से निरूपित भुजा की माध्यिका $\sqrt{5}$ है (यदि त्रिभुज ABC के शीर्षों के निर्देशांक पूर्णांक है) तथा यदि P बिन्दुओं A, B तथा C के समतल में है।

V01/3/120. Area of triangle ABC is equal to :

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल होगा :

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{6}$ (C) $\sqrt{8}$ (D) $\sqrt{12}$

Ans. B

Sol.

V01/3/121. Volume of tretrahedron ABCD where position vector of the point D is (3, 1, 4) equals :

चतुष्फलक ABCD का आयतन होगा जहां D का स्थिति सदिश (3, 1, 4) है।

(A) $\frac{5}{3}$ (B) $\frac{20}{3}$ (C) $\frac{10}{3}$ (D) 10

Ans. A

Sol. $L_1 : x = y = z$

$L_2 : \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z-1}{5} = r$ (let)

Both lines are passing through (1, 1, 1)

L_3 is passing through origin

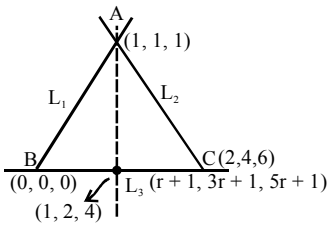
L_1 is also passing through origin.

Co-ordinates of point of intersection of L_2 and L_3 are taken as $(r + 1, 3r + 1, 5r + 1)$ which is an arbitrary point on L_2.

Middle point of the side L_3 is $\equiv \left(\dfrac{r+1}{2}, \dfrac{3r+1}{2}, \dfrac{5r+1}{2}\right)$

Length of the median to side BC = $\sqrt{5}$ (Given)

$$\Rightarrow \left(\frac{r+1}{2}-1\right)^2 + \left(\frac{3r+1}{2}-1\right)^2 + \left(\frac{5r+1}{2}-1\right)^2 = 5$$



$\Rightarrow (r-1)^2 + (3r-1)^2 + (5r-1)^2 = 20$

$\Rightarrow 35r^2 - 18r - 17 = 0$

$\Rightarrow (35r + 17)(r - 1) = 0 \qquad \Rightarrow r = 1$

$r = \dfrac{-17}{35}$ (Rejected because co-ordinates of vertices are integers. Given)

(i) Clearly, normal vector of plane P is $\vec{n} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$.

So, equation of plane parallel to P and passing through (2, 1, 2) is $1(x-2) - 2(y-1) + 1(z-2) = 0$

$\Rightarrow x - 2y + z = 2$

(ii) Clearly, area of the triangle is $\dfrac{1}{2}\left\|\begin{matrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \end{matrix}\right\| = \dfrac{1}{2}\left|2\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}\right| = \sqrt{6}$

(iii) Clearly, volume of tetrahedron ABCD = $\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{BA}\ \overrightarrow{BC}\ \overrightarrow{BD}\right]\right|$ (As B is origin)

$$= \frac{1}{6}\left\|\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 1 & 4 \end{matrix}\right\| \frac{1}{6}\left|1(16-6) - 1(8-18) + 1(2-12)\right| = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

Paragraph for Question V01/3/122 to V01/3/123

A sphere is the locus of a point in space such that its distance from a fixed point in space is constant. The fixed point is called the centre and the constant distance is called the radius of the sphere. In Cartesian system, the equation of the sphere, with centre at (–g, –f, –h) is $x^2 + y^2 + z^2 + 2gx + 2fy + 2hz$

$+ c = 0$ and its radius is $\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - c}$.

In vector form the equation $|\bar{r} - \bar{0}| = a$ represents a sphere with centre $\bar{0}$ and radius a.

एक गोला अंतरिक्ष में एक बिन्दु का बिन्दुपथ है जिससे अंतरिक्ष में एक निश्चित बिन्दु से इसकी दूरी नियत होती है। निश्चित बिन्दु को केन्द्र कहा जाता है और नियत दूरी को गोले की त्रिज्या कहा जाता है। निर्देशांक ज्यामिति में (–g, –f, –h) केन्द्र वाले गोले d kl ehdj . $kx^2 + y^2 + z^2 + 2gx + 2fy + 2hz + c = 0$ है और इसकी त्रिज्या $\sqrt{f^2 + g^2 + h^2 - c}$ है।

सदिश रूप में समीकरण $|\bar{r} - \bar{0}| = a$ केन्द्र $\bar{0}$ तथा त्रिज्या a वाले एक गोले को दर्शाता है।

V01/3/122. Equation of the sphere having centre at (3, 6, –4) and touching the plane $\vec{r}.\left(2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}\right) = 10$, is $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 + (z + 4)^2 = k^2$, where k is equal to :

(3, 6, –4) केन्द्र वाले और समतल $\vec{r}.\left(2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}\right) = 10$ को स्पर्श करने वाले गोले का समीकरण $(x - 3)^2 + (y - 6)^2 + (z + 4)^2 = k^2$ है तो k का मान होगा :

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) $\sqrt{17}$

Ans. B

Sol. Length of perpandicular from centre on plane = Radius

$$r = \frac{|\vec{a}.\vec{n} - D|}{|\vec{n}|}$$

Equation of plane $\equiv \vec{r} \cdot \left(2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}\right) = 10$

$$\equiv \vec{r} \cdot \vec{n} = 10$$

$$\vec{a} \cdot \vec{n} = \left(3\hat{i} + 6\hat{j} - 4\hat{k}\right) \vec{r} \cdot \left(2\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}\right)$$

$$\vec{a} \cdot \vec{n} - D = 6 - 12 + 4 - 10$$

$$r = \frac{|\vec{a}.\vec{n} - D|}{|\vec{n}|} = \frac{|6 - 12 + 4 - 10|}{3} = 4$$

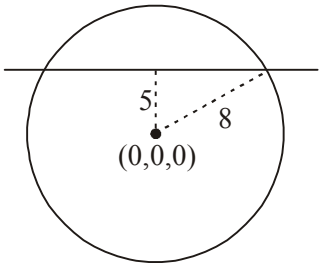
V01/3/123. Radius of the circular section of the sphere $|\vec{r}| = 8$ cut off by the plane $\vec{r}.\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right) = 15$ is :

समतल $\vec{r}.\left(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}\right) = 15$ द्वारा काटे गए गोले के वृत्ताकार भाग की त्रिज्या ज्ञात करो जबकि गोले की त्रिज्या $|\vec{r}| = 8$ है :

(A) $\sqrt{39}$ (B) $\sqrt{29}$ (C) $\sqrt{59}$ (D) 7

Ans. A

Sol.



Paragraph for Question V01/3/124 to V01/3/125

Let plane Π passes through the vertex 'A' of the base of a triangular pyramid SABC, bisects the median SK of the triangle SAB, cuts the median SL of the triangle SAC at the point D such that 2SD = DL and cut SB,SC at P, Q respectively. If S is origin and position vectors of A, B, C are $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ respectively then answer the following questions.

एक समतल Π, त्रिभुजाकार पिरामिड SABC के आधार के शीर्ष 'A' से गुजरता है तथा त्रिभुज SAB की माध्यिका SK को समद्विभाजक करता है और त्रिभुज SAC की माध्यिका SL को बिन्दु D पर इस प्रकार प्रतिच्छेदित करता है, कि 2SD = DL और SB,SC क्रमशः P, Q पर प्रतिच्छेद करता है। यदि S मूल बिन्दु है तथा A, B, C के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ है, तब निम्न प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

V01/3/124. Position vectors of P and Q respectively are :

(A) $\frac{\vec{b}}{2}$ and $\frac{\vec{c}}{3}$ (B) $\frac{\vec{b}}{3}$ and $\frac{\vec{c}}{2}$ (C) $\frac{2\vec{b}}{3}$ and $\frac{\vec{c}}{3}$ (D) $\frac{\vec{b}}{3}$ and $\frac{2\vec{c}}{3}$

P तथा Q के स्थिति सदिश क्रमशः है :

(A) $\frac{\vec{b}}{2}$ तथा $\frac{\vec{c}}{3}$ (B) $\frac{\vec{b}}{3}$ तथा $\frac{\vec{c}}{2}$ (C) $\frac{2\vec{b}}{3}$ तथा $\frac{\vec{c}}{3}$ (D) $\frac{\vec{b}}{3}$ तथा $\frac{2\vec{c}}{3}$

Ans. B

Sol.

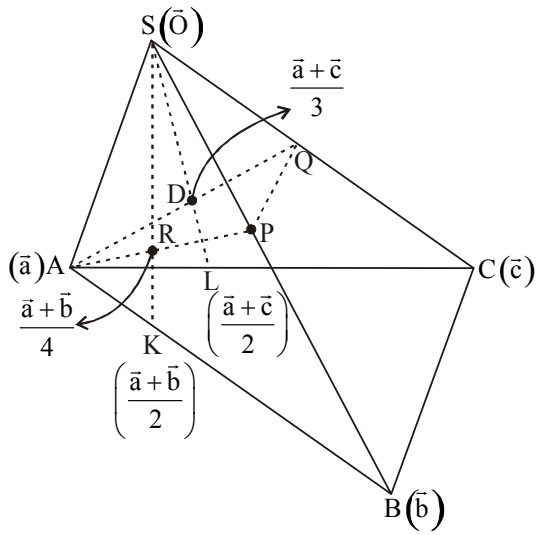
V01/3/125. Ratio in which plane Π divides the volume of the pyramid is :

अनुपात जिसमें समतल Π, पिरामिड के आयतन को विभाजित करता है :

(A) 1/6 (B) 5/6 (C) 7/6 (D) 1/5

Ans. D

Sol.



Vector equation of line SB Vector equation of line SC

$\vec{r} = \lambda\vec{b}$ $\vec{r} = \lambda_1\vec{c}$

Vector equation of line AR Vector equation of line AD

$\vec{r} = \vec{a} + \mu\left(\frac{\vec{a}+\vec{b}}{4} - \vec{a}\right)$ $\vec{r} = \vec{a} + \mu_1\left(\frac{\vec{a}+\vec{b}}{3} - \vec{a}\right)$

P is point of intersection of SB and AR To solve for point Q

$$\lambda\vec{b} = \vec{a} + \mu\left(\frac{\vec{a}+\vec{b}}{4} - \vec{a}\right) \Rightarrow \lambda_1\vec{c} = \vec{a} + \mu_1\left(\frac{\vec{a}+\vec{c}}{3} - \vec{a}\right)$$

$$\lambda = \frac{\mu}{4};\ 0 = 1 + \frac{\mu}{4}\ \mu \qquad \Rightarrow \mu = \frac{4}{3} \qquad \Rightarrow \lambda\ \frac{1}{3}$$

$$\lambda_1 = \frac{\mu_1}{3}; 0 = 1 + \frac{\mu_1}{3} - \mu_1 \Rightarrow \mu_1 = \frac{3}{2} \Rightarrow \lambda_1 = \frac{1}{2}$$

$\Rightarrow$ Position vector of P is $\frac{\vec{b}}{3}$ $\Rightarrow$. Postion vector of Q is $\frac{\vec{c}}{2}$.

Volume of SAPQ = $\frac{1}{6}\left[\vec{a}\,\frac{\vec{b}}{3}\,\frac{\vec{c}}{2}\right] = \frac{1}{36}\left[\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}\right]$

Paragraph for Question V01/3/126 to V01/3/128

Consider the line L : $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ and a point A(1, 1, 1). Let P be the foot of the perpendicular

from A on L and Q be the image of the point A in the line L, 'O' being the origin.

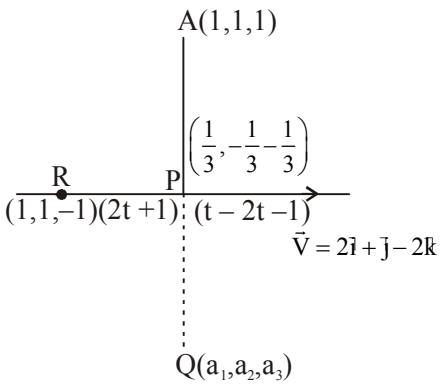
माना कि रेखा L : $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ एवं बिन्दु A(1, 1, 1) है। माना बिन्दु P तथा Q रेखा L पर बिन्दु A से क्रमशः लम्बपाद तथा प्रतिबिम्ब है।

V01/3/126. The distance of the origin from the plane passing through the point A and containing the line L, is :
बिन्दु A से गुजरने वाले एवं रेखा L को समाहित करने वाले समतल की मूल बिन्दु से दूरी होगी :

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$

Ans. A

Sol.



We have $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2} = t$ (say)

Now $\overrightarrow{AP} = 2t\hat{i} + (t-1)\hat{j} - 2(t+1)\hat{k}$

As $\overrightarrow{AP} \cdot \vec{V} = 0$ ″ $t = \frac{-1}{3}$

Equation ot the plane containing the point A and L is given by $\left[\overrightarrow{PA}\ \overrightarrow{RA}\ \vec{V}\right] = 0$

समतल का समीकरण जो बिन्दु A से गुजरता है तथा L को समाहित करता है वह है $\left[\overrightarrow{PA}\ \overrightarrow{RA}\ \vec{V}\right] = 0$

″ $\begin{vmatrix} x-1 & y-1 & z-1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 0$

″ $(x-1)(x-2) + 2(2(y-1) - (z-1)) = 0$

″ $-4(x-1) + 4(y-1) - 2(z-1) = 0$

″ $2(x-1) - 2(y-1) + (z-1) = 0$

″ $2x - 2y + z = 1$ ..... (1)

Distance of origin from (1) is मूल बिन्दु से (1) की दूरी

$$\frac{1}{\sqrt{9}} = \frac{1}{3}$$

V01/3/127. The distance of the point A from the line L, is :

बिन्दु A की रेखा L से दूरी है :

(A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\frac{4}{3}$

Ans. B

Sol. Finally $AP = \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{16}{9} + \frac{16}{9}} = \sqrt{4} = 2$

V01/3/128. The distance of the origin from the point Q, is :

बिन्दु Q की मूल बिन्दु से दूरी है :

(A) $\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{\frac{17}{6}}$ (C) $\sqrt{\frac{17}{3}}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

Ans. C

Sol. Again $a_1 + 1 = \frac{2}{3}$ " $a_1 = \frac{-1}{3}$

$a_2 + 1 = \frac{-2}{3}$ " $a_2 = \frac{-5}{3}$

$a_3 + 1 = \frac{-2}{3}$ " $a_3 = \frac{-5}{3}$

Hence Q is $\left(\frac{-1}{3}, \frac{-5}{3}, \frac{-5}{3}\right)$

Hence OQ = $\sqrt{\frac{1}{9} + \frac{25}{9} + \frac{25}{9}} = \sqrt{\frac{17}{3}}$

Paragraph for Question V01/3/129 to V01/3/131

If $\vec{x} \times \vec{y} = \vec{a}$ _____(i)

$\vec{y} \times \vec{z} = \vec{b}$ _____(ii)

$\vec{x}.\vec{b} = r$ _____(iii)

$\vec{x}.\vec{y} = 1$ _____(iv) and $\vec{y}.\vec{z} = 1$ _____(v),

Where $\vec{a}, \hat{b}$ are non-zero non-collinear vectors, then.

जहाँ $\vec{a}, \hat{b}$ अशून्य व असंरेखीय सदिश है, तब

V01/3/129. Vector $\vec{x}$ is :

सदिश $\vec{x}$ है :

(A) $\frac{1}{|\bar{a} \times \bar{b}|^2}\left[\bar{a} \times \left(\bar{a} \times \bar{b}\right)\right]$

(B) $\frac{r}{|\bar{a} \times \bar{b}|^2}\left[\bar{a} \times \bar{b} - \bar{a} \times \left(\bar{a} \times \bar{b}\right)\right]$

(C) $\frac{r}{|\bar{a} \times \bar{b}|^2}\left[\bar{a} \times \bar{b} + \bar{b} \times \left(\bar{a} \times \bar{b}\right)\right]$

(D) None of these इनमें से कोई नहीं।

Ans. B

Sol.

V01/3/130. Vector $\vec{y}$ is :

सदिश $\vec{y}$ है :

(A) $\frac{\bar{a} \times \bar{b}}{r}$

(B) $\bar{a} + \frac{\bar{a} \times \bar{b}}{r}$

(C) $\frac{\vec{a} \times \vec{b}}{2r}$

(D) $\frac{\vec{a}}{r} + \vec{a} \times \vec{b}$

Ans. A

Sol.

V01/3/131. $\vec{z}$ is :

$\vec{z}$ होगा :

(A) $\frac{r}{|\vec{a} \times \vec{b}^2|}\left[\vec{a} + \vec{b} + \left(\vec{a} \times \vec{b}\right)\right]$

(B) $\frac{r}{|\vec{a} \times \vec{b}^2|}\left[\vec{a} + \vec{b} - \vec{a} \times \left(\vec{a} \times \vec{b}\right)\right]$

(C) $\frac{r}{|\vec{a} \times \vec{b}^2|}\left[\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b} \times \left(\vec{a} \times \vec{b}\right)\right]$

(D) None of these इनमें से कोई नहीं ।

Ans. C

Sol. (i) and (ii) give

$(\vec{x}\times\vec{y})\times(\vec{y}\times\vec{z})=(\vec{a}\times\vec{b})$ ″ $[\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}]\vec{y}=\vec{a}\times\vec{b}$

also (ii) gives $\vec{x}\cdot(\vec{y}\times\vec{z})=\vec{x}\cdot\vec{b}$ ″ $[\vec{x}\,\vec{y}\,\vec{z}]=r \Rightarrow \vec{y}=\dfrac{\vec{a}\times\vec{b}}{r}$

thus, (i) gives $(\vec{x}\times\vec{y})\times\vec{y}=\dfrac{\vec{a}\times(\vec{a}\times\vec{b})}{r}$ ″ $\vec{y}-|\vec{y}|^2\,\vec{x}=\dfrac{\vec{a}\times(\vec{a}\times\vec{b})}{r}$

″ $\dfrac{\vec{a}\times\vec{b}}{r}-\dfrac{|\vec{a}\times\vec{b}|^2}{r^2}\vec{x}=\dfrac{\vec{a}\times(\vec{a}\times\vec{b})}{r}$

similarly, take cross with $\vec{y}$ in equation (ii)

इसी प्रकार समीकरण (ii) में $\vec{y}$ के साथ सदिश गुणन से

″ $(\vec{y}\times\vec{z})\times\vec{y}=|\vec{y}|^2\,\vec{z}(\vec{y}\cdot\vec{z})\vec{y}$ ″ $\dfrac{\vec{b}\times(\vec{a}\times\vec{b})}{r}=\dfrac{|\vec{a}\times\vec{b}|^2}{r^2}\vec{z}-\dfrac{\vec{a}\times\vec{b}}{r}$

Paragraph for Question V01/3/132 to V01/3/134

Quaternion is defined as an ordered pair $(a,\vec{v})$ where 'a' is scalar and $\vec{v}$ is a three dimensional vector .It is represented in algebraic form as $Q=a+\vec{v}$. 'a' is called it's scalar part and , $\vec{v}$, it's vector part. The algebra defined for these quaternions are as follows, if $Q_1=a_1+\vec{v}_1$ and $Q_2=a_2+\vec{v}_2$.

एक चतुष्संघ क्रमित युग्म $(a,\vec{v})$ के रूप में परिभाषित है, जहाँ 'a' एक अदिश है तथा $\vec{v}$ एक त्रिविमिय सदिश है। बीजिए रूप में इसे $Q=a+\vec{v}$. के रूप में व्यक्त किया जाता है, जहाँ 'a' इसका अदिश भाग है तथा इसका सदिश भाग है। इन चतुष्संघों के लिए निम्न बीज गणित परिभाषित किया जाता है, जहाँ $Q_1=a_1+\vec{v}_1$ and $Q_2=a_2+\vec{v}_2$.

(i) $Q_1\pm Q_2=(a_1\pm a_2)+(\vec{v}_1\pm\vec{v}_2)$ (Addition and subtraction योगात्मक व व्यवकलन)

(ii) $Q_1=Q_2$ ″ $a_1=a_2$ and $\vec{v}_1=\vec{v}_2$

(iii) स$Q_1=\lambda a_1+\lambda\vec{v}_1$

(iv) $Q_1\times Q_2=(a_1a_2+\vec{v}_1.\vec{v}_2)+(\vec{v}_1\times\vec{v}_2+a_1\vec{v}_2-a_2\vec{v}_1)$ (Multiplication गुणनात्मक)

(v) Norm of Q = |Q| = $\sqrt{|a|^2+|\vec{v}|^2}$

(vi) Conjugate of Q is $\overline{Q}=a+(-\vec{v})$ Now solve the following probelm based on above defintions.

V01/3/132. Identify the incorrect statement :

(A) Addition of quaternions is commutative

(B) Addition of quaternions is associative

(C) Norm of a quaternion and its conjugate are equal

(D) Multiplication of quaternions is commutative

असत्य कथन होगा :

(A) चतुष्संघों का योग क्रमविनिमेय होता है।

(B) चतुष्संघों का योग साहचर्य होता है।

(C) चतुष्संघो एवं उसके संयुग्मी के मापांक समान होते है।

(D) चतुष्संघों का गुणनफल क्रमविनिमेय होता है।

Ans. D

Sol. $Q_1 = a_1 + \vec{v}_1 \quad Q_2 = a_2 + \vec{v}_2 \quad Q_3 = a_3 + \vec{v}_3$

$Q_1 + Q_2 = (a_1 + a_2) + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2)$

$Q_2 + Q_1 = (a_2 + a_1) + (\vec{v}_2 + \vec{v}_1)$

$Q_2 + Q_3 = (a_2 + a_3) + (\vec{v}_2 + \vec{v}_3)$

$(Q_1 + Q_2) + Q_3 = (a_1 + a_2 + a_3) + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3)$

$Q_1 + (Q_2 + Q_3) = (a_1 + a_2 + a_3) + (\vec{v}_1 + \vec{v}_2 + \vec{v}_3)$

$|Q| = |\vec{Q}| = \sqrt{a^2 + |\vec{v}|^2}$

$Q_1Q_2 = (a_1a_2 + \vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2) + (\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2 + a_1\vec{v}_1 - a_2\vec{v}_2)$

$Q_2Q_1 = (a_2a_1 + \vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1) + (\vec{v}_2 \times \vec{v}_1 + a_2\vec{v}_1 - a_1\vec{v}_2)$

V01/3/133. $Q_1 = 2 + \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, Q_2 = \alpha + x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$. If vector component of Q_1Q_2, is a null vector then locus of point P (x, y, z) in 3-D space,as varies, will be :

(A) A straight line passing through origin and parallel to the plane $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 1$

(B) A plane passing through origin parallel to the plane $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 1$

(C) A straight line passing through origin and perpendicular to the plane $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 1$

(D) A plane passing through origin perpendicular to the plane $\vec{r}.(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 1$

$Q_1 = 2 + \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}, Q_2 = \alpha + x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$. यदि Q_1Q_2, का सदिश घटक एक शून्य सदिश है, तो P (x, y, z) का त्रिविम में बिन्दु पथ होगा, जहाँ ˙ एक प्राचल है :

(A) मूल बिन्दु से गुजरने वाली तथा समतल $\vec{r}.\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 1$ के समान्तर सरल रेखा

(B) मूल बिन्दु से गुजरने वाली तथा समतल $\vec{r}.\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 1$ के समान्तर समतल

(C) मूल बिन्दु से गुजरने वाली तथा समतल $\vec{r}.\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 1$ के लम्बवत् सरल रेखा

(D) मूल बिन्दु से गुजरने वाली तथा समतल $\vec{r}.\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 1$ के लम्बवत् समतल

Ans. C

Sol. Vector part of Q_2Q_1

$= (y - z)\hat{i} + (z - x)\hat{j} + (x - y)\hat{k} + 2(x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}) - \alpha(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) = 0$

″ 2x + y – z = ˙, – x + 2y + z = ˙, x – y + 2z = ˙

″ $x = y = z = \frac{\alpha}{2}$

It is a straight line passing through origin and perpendicular to the plane $\vec{r}.\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 1$

यह एक सरल रेखा है जो मूल बिन्दु से गुजरती है तथा सममतल $\vec{r}.\left(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}\right) = 1$ के लम्बवत् है।

V01/3/134. If norm of $(Q_1 - Q_2)$, where Q_1 & Q_2 are as defined in previous problem, is a constant equal to 10, then the permissible values of " for which x, y, z are real numbers is :

यदि $(Q_1 - Q_2)$ का मापांक, जहाँ Q_1 & Q_2 उपरोक्त की तरह परिभाषित है, एक नियतांक 10 है, तो " के सम्भव मानों का समुच्चय जिसके लिए वास्तविक संख्याएँ है, होगा :

(A) ˙ [–12, 12] (B) ˙ [–8, 8] (C) ˙ [–8, 12] (D) ˙ [–12, 8]

Ans. C

Sol. Norm of $\left(Q_1 - Q_2\right) = \sqrt{(\alpha - 2)^2 + (1 - x)^2 + (1 - y)^2 + (1 + z)^2} = 10$

″ $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 10^2 - (-2)^2$ ङ 0

″ (– 12) (+ 8) f 0 ″ ˙ [–8, 12]

Paragraph for Question V01/3/135 to V01/3/137

A plane containing the lines $L_1 : 2x - y + 3z - 5 = 0 = x - 2y + 2z + 1$ and $L_2 : \frac{x-1}{\lambda-1} = \frac{y-2}{\lambda-2} = \frac{z-1}{\lambda-3}$ If P be a variable point on the plane which is at a distance 4 from (0, 0, 0).

On the basis of above information answer the following.

एक समतल जिसमें रेखाएँ $L_1 : 2x - y + 3z - 5 = 0 = x - 2y + 2z + 1$ तथा $L_2 : \frac{x-1}{\lambda-1} = \frac{y-2}{\lambda-2} = \frac{z-1}{\lambda-3}$ स्थित हैं। यदि बिन्दु P पर एक चर बिन्दु है जो इस समतल पर स्थित है और मूल बिन्दु (0, 0, 0) से 4 की दूरी पर है।

उपरोक्त जानकारी के आधार पर निम्नलिखित प्रश्नों का उत्तर दें।

V01/3/135. Equation of the plane is :

(A) $x + y + z = 6$ (B) $2x - y + 3z - 9 = 0$

(C) $x - 2y + 2z - 3 = 0$ (D) can't be determined

समतल का समीकरण क्या होगा :

(A) $x + y + z = 6$ (B) $2x - y + 3z - 9 = 0$

(C) $x - 2y + 2z - 3 = 0$ (D) निर्धारित नहीं किया जा सकता

Ans. A

Sol. Plane containing the line

$L_1 : 2x - y + 3z - 5 = 0 = x - 2y + 2z + 1$

is in the from $P_1 + kP_2 = 0$

where $P_1 : 2x - y + 3z - 5 = 0$, $P_2 : x - 2y + 2z + 1 = 0$

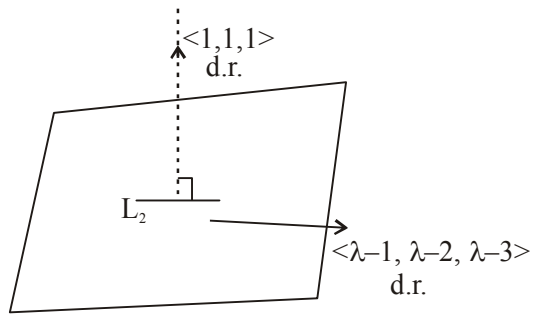
$(2x - y + 3z - 5) + k(x - 2y + 2z + 1) = 0$

it passes through (1, 2, 3) [$\because$ plane contains lie L_2]

$(2 - 2 + 9 - 5) + k(1 - 4 + 6 + 1) = 0$

$4 + k(4) = 0$ ″ $k = -1$

Equation of plane $x + y + z = 6$



V01/3/136. The possible value of λ is :

λ का मान क्या हो सकता है :

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

Ans. C

Sol. Plane containing the line

$L_1 : 2x - y + 3z - 5 = 0 = x - 2y + 2z + 1$

is in the from $P_1 + सP_2 = 0$

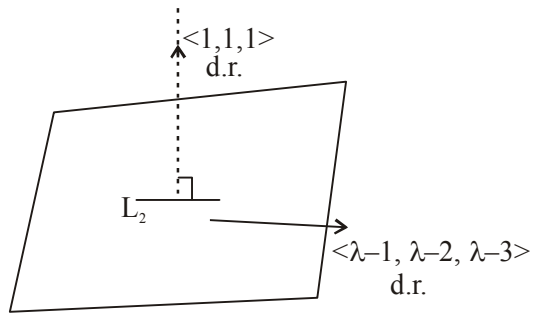
where $P_1 : 2x - y + 3z - 5 = 0$, $P_2 : x - 2y + 2z + 1 = 0$

$(2x - y + 3z - 5) + k(x - 2y + 2z + 1) = 0$

it passes through (1, 2, 3) [$\because$ plane contains lie L_2]

$(2 - 2 + 9 - 5) + k(1 - 4 + 6 + 1) = 0$

$4 + k(4) = 0$ ″ $k = -1$



L_2 also lies on the plane

$(स - 1) . 1 + (स - 2) . 1 + (स - 3) . 1 = 0$

″ $स = 2$

V01/3/137. Area of the region bounded by the locus of P is :

बिन्दु P के बिन्दुपथ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल क्या होगा :

(A) π (B) 2π (C) 4π (D) 9π

Ans. C

Sol. Plane containing the line

$L_1 : 2x - y + 3z - 5 = 0 = x - 2y + 2z + 1$

is in the from $P_1 + \lambda P_2 = 0$

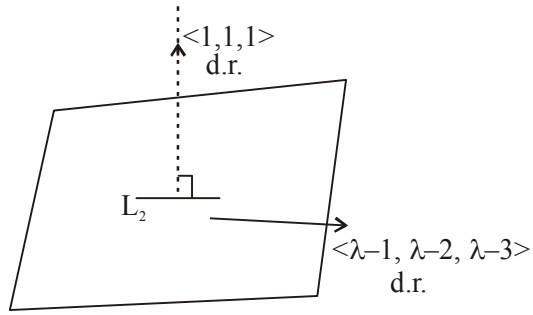
where $P_1 : 2x - y + 3z - 5 = 0$, $P_2 : x - 2y + 2z + 1 = 0$

$(2x - y + 3z - 5) + k(x - 2y + 2z + 1) = 0$

it passes through (1, 2, 3) [$\because$ plane contains lie L_2]

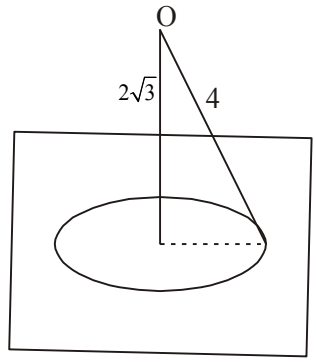
$(2 - 2 + 9 - 5) + k(1 - 4 + 6 + 1) = 0$

$4 + k(4) = 0$ ″ $k = -1$



Perpendicular distance of (0, 0, 0) from the plane

″ $\frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$



Hence radius of circle be 2.

″ required area is 4π

Paragraph for Question V01/3/138 to V01/3/139

Consider a tetrahedron PQRS with PQ = 4 units. A plane 'P_1' is drawn perpendicular to PQ. Let P',R' & S' denotes the respective foot of perpendiculars drawn from P,R & S to the plane 'P_1' such that area of ∆P'R'S' = 15 sq. units.

एक चतुष्फलक PQRS पर विचार करें, जिसमें PQ = 4 इकाई है। एक समतल 'P_1' को PQ के लम्बवत् खींचा गया है। माना कि P', R' और S' क्रमशः बिन्दु P, R और S से समतल 'P_1' पर खींचे गए लम्बों के पाद हैं। त्रिभुज P'R'S' का क्षेत्रफल 15 वर्ग इकाई है।

V01/3/138. Volume of the tetrahedron PQRS (in cubic units) is :

चतुष्फलक PQRS का आयतन क्या होगा (घन इकाई में) is :

(A) $\frac{47}{2}$ (B) 20 (C) 25 (D) $\frac{57}{2}$

Ans. B

Sol.

V01/3/139. If the distance of S' from plane PQR is 5 units then the distance of R from line through PQ is :

(A) 5 units (B) 6 units (C) 8 units (D) 10 units

यदि समतल PQR से S' की दूरी 5 इकाई है, तो रेखा PQ से होकर जाने वाली रेखा से बिन्दु R की दूरी कितनी है :

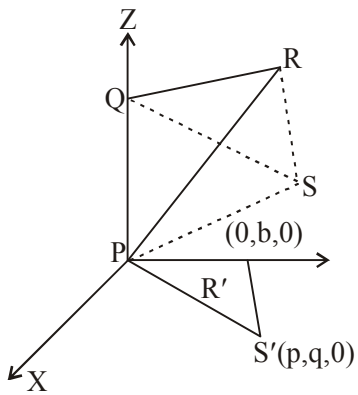
(A) 5 इकाई (B) 6 इकाई (C) 8 इकाई (D) 10 इकाई

Ans. B

Sol. P(0, 0, 0); Q(0, 0, 4)

R(0, b, c); S(p, q, r)

P is same as P'



Ar (क्PRS') = $\frac{1}{2}bp = 15$

bp = 30

Vol (PQRS) = $\frac{1}{3} \times$ (ArPQR) $\times$ height

$= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times b\right) \times p$

$= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 30 = 20$ cu. units.

If P = 5, b = 6

Paragraph for Question V01/3/140 to V01/3/141

Consider a plane P : x + y + z = 3 and a circle $x^2 + y^2 = 1$, z = 0.

समतल P : x + y + z = 3 तथा वृत्त $x^2 + y^2 = 1$, z = 0 पर विचार करें।

V01/3/140. If $A(x_1, y_1, 0)$ and $B(x_2, y_2, 0)$ are the coordinates of the points on the circle which are at maximum and minimum distance from the plane P, then $|(x_1 + y_1) - (x_2 + y_2)|$ is equal to :

यदि $A(x_1, y_1, 0)$ और $B(x_2, y_2, 0)$ वृत्त पर स्थित ऐसे बिन्दुओं के निर्देशांक हैं जो समतल P से अधिकतम और न्यूनतम दूरी पर हैं, तो $|(x_1 + y_1) - (x_2 + y_2)|$ का मान क्या होगा :

(A) 0 (B) $\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{2}$ (D) 2

Ans. C

Sol. Let P(cos, sin, 0) be a point on the circle then its distance d from the plane

$$= d = \left|\frac{3 - \cos\theta - \sin\theta}{\sqrt{3}}\right| = \left|\frac{3 - \sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)}{\sqrt{3}}\right|$$

for maxima, $\theta = \frac{-3\pi}{4}$ and for minima, $\theta = \frac{\pi}{4}$

" $A\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}, 0\right)$ and $B\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}, 0\right)$

″ $|x_1 + y_1 - x_2 - y_2| = 2\sqrt{2}$

V01/3/141. Image of the points on the circle in the plane P lies on :

वृत्त पर स्थित बिन्दुओं का समतल P में प्रतिबिम्ब क्या स्थित होगा :

(A) $x + y - 2z = 1$ (B) $x + y + z = 5$

(C) $2x + y + 2z = 10$ (D) $2x + 2y - z = 6$

Ans. D

Sol. Plane P is $x + y + z = 3$

get the image of P(cos, sin, 0) in $x + y + z = 3$ which comes out as

$$P\left(2+\frac{\cos\theta-2\sin\theta}{3}, 2+\frac{\sin\theta-2\cos\theta}{3}, 2-\frac{2}{3}(\sin\theta+\cos\theta)\right)$$

i.e. $x = 2+\frac{\cos\theta-2\sin\theta}{3}$, $y = 2+\frac{\sin\theta-2\cos\theta}{3}$

and $z = 2-\frac{2}{3}(\sin\theta+\cos\theta)$

″ eliminating, we get $2x + 2y - z = 6$

Paragraph for Question V01/3/142 to V01/3/143

$|\overrightarrow{OA}| = \ell, |\overrightarrow{OB}| = m_1 |\overrightarrow{OC}| = n$. O is origin A, B, C lie in the plane $x + 2y - z = 0$ and $|AB|^2 + |BC|^2 + |CA|^2$ is maximum.

$|\overrightarrow{OA}| = \ell, |\overrightarrow{OB}| = m_1 |\overrightarrow{OC}| = n$ जहाँ O मूल बिन्दु है। A, B, C समतल $x + 2y - z = 0$ पर इस प्रकार स्थित हैं कि $|AB|^2 + |BC|^2 + |CA|^2$ का मान अधिकतम हो।

V01/3/142. If $\ell = 4$ and $m = n = 2\sqrt{2}$, then |AB| is equal to :

(A) 6 (B) $\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{10}$ (D) None of these

यदि $\ell = 4$ तथा $m = n = 2\sqrt{2}$, तो |AB| का मान क्या होगा :

(A) 6 (B) $\sqrt{2}$ (C) $2\sqrt{10}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. D

Sol.

V01/3/143. If $\overrightarrow{OA} = 2i - j$ and $\overrightarrow{OB} = -\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, then position vector of C is :

यदि $\overrightarrow{OA} = 2i - j$ तथा $\overrightarrow{OB} = -\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, तो C का स्थिति सदिश क्या होगा :

(A) $3\hat{i} - 3\hat{j}$ (B) $2\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ (C) $\hat{i} + \hat{j}$ (D) $-\hat{i} - \hat{k}$

Ans. D

Sol. $\left|\overrightarrow{OA}\right| + \left|\overrightarrow{OB}\right| + \left|\overrightarrow{OC}\right| = 0$ for $|AB|^2 + |BC|^2 + |CA|^2$ to be maximum

Paragraph for Question V01/3/144 to V01/3/145

Consider the vector $\vec{A}(t) = f(t)\hat{i} + f'(t)\hat{j}, \vec{B}(t) = g(t)\hat{i} + g'(t)\hat{j}, f(t)$ and g(t) are two continuous function such that f(0) = –1, g(1) = 2, g'(t) = $\left|\lim_{t\to 0}\frac{\sin 2t - a\sin t}{t^3}\right|, f(t) = \int_0^t 2x dx + c$, then.

सदिश $\vec{A}(t) = f(t)\hat{i} + f'(t)\hat{j}$ और $\vec{B}(t) = g(t)\hat{i} + g'(t)\hat{j}, f(t)$ पर विचार करें, जहाँ f(t) और g(t) दो सतत् फलन इस प्रकार हैं कि f(0) = –1, g(1) = 2, g'(t) = $\left|\lim_{t\to 0}\frac{\sin 2t - a\sin t}{t^3}\right|, f(t) = \int_0^t 2x dx + c$, तो

V01/3/144. The value of t such that $\vec{A}(t)$ is parallel to $\vec{B}(t)$:

t का मान क्या होगा यदि $\vec{A}(t)$ तथा $\vec{B}(t)$ समान्तर हों :

(A) –1 (B) 1 (C) 0 (D) 2

Ans. A

Sol. f ' (t) = 2t

f (t) = t^2 + c ″ f(0) = –1 ″ c = –1 = t^2 – 1

g'(t) = $\left|\lim_{t\to 0}\frac{\sin 2t - c\sin t}{t^3}\right| = 1$

g(t) = t + c ∵ g(1) = 2 ″ c = 1

g(t) = (t + 1)

$\vec{A}(t) = \left(t^2 - 1\right)\hat{i} + 2t\hat{j}$

$\vec{B}(t) = (t+1)\hat{i} + \hat{j}$

If $\vec{A}(t)$ and $\vec{B}(t)$ are parallel

$\Rightarrow \frac{t^2 - 1}{t+1} = \frac{2t}{1}$

$t^2 - 1 = 2t^2 + 2t$

$t^2 + 2t + 1 = 0$

$(t+1)^2 = 0$

$t = -1$

V01/3/145. The value of gof (2) is :

gof (2) का मान क्या होगा :

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

Ans. D

Sol. gof (t) = t^2

Paragraph for Question V01/3/146 to V01/3/148

A conic section is obtained by the intersection of two inverted cones (having same vertex) with a plane. If a plane passes through the vertex, then its intersection with the cones either represents a pair of straight lines or a point depending upon whether it intersects the cones or not. If plane does not pass through vertex, then section may be hyperbola or circle depending upon whether plane is parallel to axis of the cone or perpendicular to it. If it has any other inclination, then intersection of plane and cone gives an ellipse. If a variable point P moves such that the line passing through P and Q (0, 0, 2) makes an angle 60° with z-axis, then.

शांकव जो कि दो उल्टे शंकुओं (जिनका शीर्ष समान होता है) और एक समतल के प्रतिच्छेदन से प्राप्त होता है। यदि कोई समतल शीर्ष से होकर गुजरता है तो शंकुओं के साथ उसका प्रतिच्छेदन या तो दो सीधी रेखाओं का युग्म होगा या एक बिन्दु होगा, यह इस बात पर निर्भर करता है कि वह शंकुओं को प्रतिच्छेद करता है या नहीं। यदि समतल शीर्ष से होकर नहीं गुजरता है, तो प्रतिच्छेद एक अतिपरवलय या वृत्त हो सकता है, जो इस बात पर निर्भर करता है कि समतल शंकु की अक्ष के समानान्तर है या उसके लम्बवत् है। यदि समतल का झुकाव कोई अन्य हो, तो समतल और शंकु का प्रतिच्छेदन एक दीर्घवृत्त देगा। यदि एक चर बिन्दु P इस प्रकार है कि P और Q (0, 0, 2) से होकर जाने वाली रेखा z-अक्ष के साथ 60° का कोण बनाती है तो

V01/3/146. The locus of P is :

P का बिन्दुपथ क्या होगा :

(A) $x^2 - y^2 - 3(z-2)^2 = 0$ (B) $x^2 - y^2 + 3(z-2)^2 = 0$

(C) $x^2 + y^2 - 3(z-2)^2 = 0$ (D) $x^2 + y^2 + 3(z-2)^2 = 0$

Ans. C

Sol. P (x, y, z) lies on line through (0, 0, 2) making 60° with z-axis

i.e. $\dfrac{\left(xi + yj + (z-2)\hat{k}\right)}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-2)^2}} = \cos 60°$

″ $x^2 + y^2 - 3(z-2)^2 = 0$

V01/3/147. The locus of intersection of locus of P and the plane x + y + z = 2 is :

(A) a pair of straight lines (B) a hyperbola

(C) a circle (D) a point

P के बिन्दुपथ तथा समतल x + y + z = 2 के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ क्या होगा :

(A) एक सरल रेखा युग्म (B) एक अतिपरवलय

(C) एक वृत्त (D) एक बिन्दु

Ans. A

Sol. The plane passes through (0, 0, 2) and its inclination with z-axis is ‚, where cos‚ = $\frac{1}{\sqrt{3}}$

i.e. ‚ < 60° ″it represent a pair of straight lines.

V01/3/148. The locus of intersection of locus of P with x + y = 2 is :

(A) a straight line (B) a hyperbola

(C) a circle (D) an ellipse

P के बिन्दुपथ तथा x + y = 2 के प्रतिच्छेद बिन्दु का बिन्दुपथ क्या होगा :

(A) एक सरल रेखा (B) एक अतिपरवलय

(C) एक वृत्त (D) एक दीर्घवृत्त

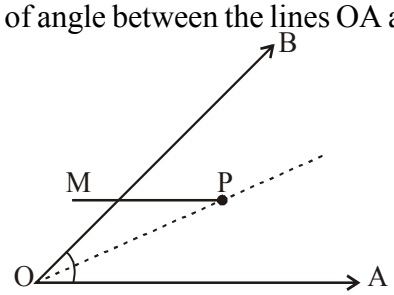
Ans. B

Sol. The plane is parallel to z-axis

″ locus is a hyperbola

Paragraph for Question V01/3/149 to V01/3/150

Let two unit vectors along two lines $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$ be $\hat{a}$ and $\hat{b}$ respectively. Take their point of intersection as the origin and let P be any point on the bisector of angle between the lines OA and OB. Draw PM parallel to AO cutting OB at M.



$\angle AOP = \angle POM = \angle OPM$ and hence OM = PM.

But $\overrightarrow{OM} = t\hat{b}$ and $\overrightarrow{MP} = t\hat{a}$

(since $\overrightarrow{OM} \parallel \hat{b}$ and $\overrightarrow{MP} \parallel \hat{a}$ and their magnitudes are same)

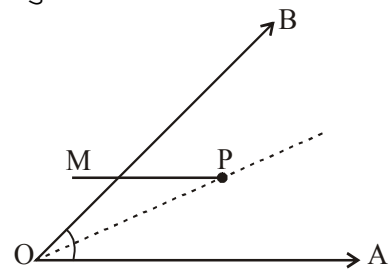
Then $\overrightarrow{OP} = \hat{r} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MP} = t(\hat{b} + \hat{a})$ .....(i)

For external bisector OP', the angle between OB and OA is the same as the internal bisector of the angle between the unit vectors along them being $-\hat{b}$ and $\vec{a}$ and hence the equation of $\overrightarrow{OP'}$ be

$$\overrightarrow{OP'} = \vec{r}' = t(\hat{a} - \hat{b}) \qquad .....(ii)$$

For any two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ the equations (i) and (ii) reduce to $\vec{r} = t\left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}\right)$

यदि दो इकाई सदिश दो रेखाओं $\overrightarrow{OA}$ तथा $\overrightarrow{OB}$ के अनुदिश क्रमशः $\hat{a}$ और $\hat{b}$ हैं। उनके प्रतिच्छेदन बिन्दु को मूल बिन्दु मानें और P को रेखाओं OA और OB के बीच कोण के समद्विभाजक पर कोई भी बिन्दु मानें। PM को AO के समानान्तर खींचे जो OB को M बिन्दु पर काटता है।



चूँकि $\angle AOP = \angle POM = \angle OPM$ अतः OM = PM होगा। लेकिन

$\overrightarrow{OM} = t\hat{b}$ और $\overrightarrow{MP} = t\hat{a}$

(क्योंकि $\overline{OM} \parallel \hat{b}$ तथा $\overline{MP} \parallel \hat{a}$ हैं और उनकी लम्बाईयाँ समान हैं।)

तब $\overrightarrow{OP} = \hat{r} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MP} = t(\hat{b} + \hat{a})$ .....(i)

बाहरी समद्विभाजक OP' के लिए OB और OA के बीच का कोण वही है जो $-\hat{b}$ और $\vec{a}$ के बीच का आंतरिक कोण समद्विभाजक कोण है। इसलिए $\overline{OP'}$ का समीकरण होगा

$\overrightarrow{OP'} = \vec{r}' = t(\hat{a} - \hat{b})$ .....(ii)

किन्ही दो सदिश $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ के लिए समीकरण (i) तथा (ii), $\vec{r} = t\left(\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} + \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|}\right)$ इस रूप में परिवर्तित होगी।

V01/3/149. If the interior and exterior bisectors of the angle A of a triangle ABC meet the base BC at D and E, then :

(A) 2BC = BD + BE (B) $BC^2 = BD \times BE$

(C) $\frac{2}{BC} = \frac{1}{BD} + \frac{1}{BE}$ (D) None of these

यदि त्रिभुज ABC के कोण A के आंतरिक और बाह्य समद्विभाजक आधार BC को क्रमशः D और E पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो:

(A) 2BC = BD + BE (B) $BC^2 = BD \times BE$

(C) $\frac{2}{BC} = \frac{1}{BD} + \frac{1}{BE}$ (D) इनमें से कोई नहीं

Ans. C

Sol. Let A be the initial point and the p.v. of B and C be $\vec{b}$ and $\vec{c}$ respectively. Hence, let AB = c and AC = b. The internal bisector is $r = t\left(\frac{\vec{b}}{c} + \frac{\vec{c}}{b}\right)$ and the equation of the line BC is $\vec{r} = \vec{b} + k\left(\vec{c} - \vec{b}\right)$ and

Hence the p.v. of D is $\frac{b\vec{b} + c\vec{c}}{b + c}$

$\Rightarrow \overrightarrow{BD} = \frac{b\vec{b} + c\vec{c}}{b + c} - \vec{b} = \frac{\vec{c}\left(\vec{c} - \vec{b}\right)}{b + c}$

$$\Rightarrow BD = \frac{c\left|\vec{c}-\vec{b}\right|}{b+c} = \frac{ca}{b+c}$$

$$\text{Similarly } BE = \frac{c\left|\vec{c}-\vec{b}\right|}{c-b} = \frac{ca}{c-b}$$

$$\text{And hence } \frac{1}{BE}+\frac{1}{BD} = \frac{c-b}{ac}+\frac{c+b}{ac} = \frac{2c}{ac} = \frac{2}{a} = \frac{2}{BC}$$

V01/3/150. Let ABC be a triangle and $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ be the position vectors of the point A, B, C respectively. External bisectors of $\angle B$ and $\angle C$ meet at P with sides of the triangle as a, b, c, the position vectors of P becomes :

मान लीजिए कि ABC एक त्रिभुज है और $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ क्रमशः बिन्दु A, B, C के स्थिति सदिश हैं। कोण $\angle B$ और $\angle C$ के बाह्य समद्विभाजक P पर मिलते हैं। यदि त्रिभुज की भुजाएँ क्रमशः a, b, c हैं, तो बिन्दु P का स्थिति सदिश क्या होगा :

(A) $\frac{(-b)\vec{b}+(-c)\vec{c}}{(b+c)}$

(B) $\frac{a\vec{a}+(-b)\vec{b}+(-c)\hat{c}}{(a-b-c)}$

(C) $\left(\frac{\hat{a}+\hat{b}+\hat{c}}{3}\right)(abc)$

(D) $\frac{a\vec{a}+b\vec{b}+c\vec{c}}{\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)}$

Ans. B

Sol. Vectors along AB, BC and CA are $\vec{b}-\vec{a},\vec{c}-\vec{b}$ and $\vec{a}-\vec{c}$ respectively. Hence the bisectors of the angular B and C respectively are

$\vec{r}=\vec{b}+\mu\left(\frac{\vec{b}-\vec{a}}{c}+\frac{\vec{c}-\vec{b}}{a}\right)$ and $\vec{r}=\vec{c}+t\left(\frac{\vec{b}-\vec{c}}{a}+\frac{\vec{c}-\vec{a}}{b}\right)$ so that for the point P

$$\vec{b}+\mu\left(\frac{\vec{b}-\vec{a}}{c}+\frac{\vec{c}-\vec{b}}{a}\right)=\hat{c}+t\left(\frac{\vec{b}-\vec{c}}{a}+\frac{\vec{c}-\vec{a}}{b}\right)$$

$$\Rightarrow t=\frac{b\mu}{c} \text{ and } \mu=\frac{ac}{b+c-a}$$

$$\Rightarrow \text{the p.v. of P is } \frac{b\vec{b}+c\vec{c}-a\vec{a}}{b+c-a}$$

V01/3/151. Which of the following is (are) correct :

(A) The number of lattice point on the plane $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=10$ are 45.

(B) The number of lattice point on the plane $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=10$ are 36.

(C) Area of triangle formed by isosecles lattice points lying on the plane $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=4$ is $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(D) Area of triangle formed by isosecles lattice points lying on the plane $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=4$ is $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

निम्नलिखित में से कौनसा/से कथन सही है/हैं :

(A) समतल $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=10$ पर जालक बिन्दुओं की संख्या 45 है।

(B) समतल $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=10$ पर जालक बिन्दुओं की संख्या 36 है।

(C) समतल $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=4$ पर स्थित समद्विबाहु जालक बिन्दुओं द्वारा निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{\sqrt{3}}{2}$ है।

(D) समतल $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=4$ पर स्थित समद्विबाहु जालक बिन्दुओं द्वारा निर्मित त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ है।

Ans. BC

Sol. $\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$

$\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)=10$

$x+y+z=10,\ x\ge 1,\ y\ge 1,\ z\ge 1$

$\Rightarrow x=x_1+1,\ y=y_1+1,\ z=z_1+1$

$x_1+y_1+z_1=7,\ x_1,y_1,z_1\ge 0$

No. of lattice points $= {}^{7+3-1}C_{3-1} = {}^{9}C_2 = 36$

For (CD)

$x+y+z=4,\quad x=y\ne z$

$\Rightarrow A(1, 1, 2), B(1, 2, 1), C(2, 1, 1)$

Area of triangle $=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|=\frac{\sqrt{3}}{2}$ sq. unit

V01/3/152. If a lattice point is selected at random from lattice points which satisfy $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)\le n$, then the number of isosceles lattice point which are not equilateral is :

(A) 66 if $n = 11$ (B) 69 if $n = 11$ (C) 51 if $n = 10$ (D) 54 if $n = 10$

यदि किसी जालक बिन्दु को उन जालक बिन्दुओं में से यादृच्छिक रूप से चुना जाता है जो $\vec{r}.\left(\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}\right)\le n$ को संतुष्ट करते हैं, तो ऐसे समद्विबाहु जालक बिन्दुओं की संख्या, जो समबाहु नहीं हैं, होगी :

(A) 66 यदि $n = 11$ (B) 69 यदि $n = 11$ (C) 51 यदि $n = 10$ (D) 54 यदि $n = 10$

Ans. AD

Sol. If n = 11, $x + y + z \le 11$

For equilateral lattice points x = y = z =1, 2, 3

So for equilateral there are 3 points

(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)

For isosceles lattice points (not equilateral)

(1, 1, 9), (2, 2, 7) ..... (5, 5, 1) ..... $5 \times 3 = 15$ cases

(1, 1, 8) , ...(4, 4, 2) ..... 12 cases

(1, 1, 7) , ...(4, 4, 1) ..... 9 cases

(1, 1, 6) , ...(3, 3, 2) ..... 9 cases

(1, 1, 5) , ...(3, 3, 1) ..... 9 cases

(1, 1, 4) , ... 3 cases

(1, 1, 3)

(2, 2, 1) , ... 3 cases

(1, 1, 2) , ... 3 cases

Total cases of isosceles points which are not equilateral = 15 + 12 + 9 + 9 + 9 + 3 + 6 + 3 = 66

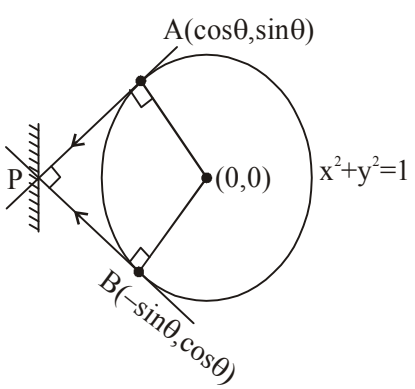
INTEGER TYPE QUESTIONS

C01/4/153. A ray emitted from the point A(cosθ, sinθ) strikes a mirror at a variable point P, then reflects and passes through a point B(–sinθ, cosθ) such that incident and reflected rays are tangents to the circle $x^2 + y^2 = 1$, then locus of the variable point is $x^2 + y^2 = k$, then k is equal to _____.

बिन्दु A(cosθ, sinθ) से उत्सर्जित एक किरण दर्पण पर स्थित चर बिन्दु P से टकराकर परावर्तित होती है, और बिन्दु B(–sinθ, cosθ) से होकर गुजरती है। आपतित और परावर्तित किरणें वृत्त $x^2 + y^2 = 1$ को स्पर्श करती हैं। तो चर बिन्दु का बिन्दुपथ $x^2 + y^2 = k$ होगा, तो k का मान है _____.

Ans. 2

Sol.



It is obvious that tangents are perpendicular, then locus of P is its director circle $x^2 + y^2 = 2$.